

MEDIÇÃO DA TRAJECTÓRIA DE UM JACTO LIVRE USANDO AQUISIÇÃO DE IMAGENS

Measurement of a Free Jet Trajectory Using Image Acquisition

RUI ALEIXO ⁽¹⁾ & MARIA FERNANDA PROENÇA ⁽²⁾

⁽¹⁾ Estudante de Doutoramento, Université Catholique de Louvain,
Place du Levant, 1 B-1348, Louvain-la-Neuve, Belgium, ferreira_aleixo@yahoo.co.uk

⁽³⁾ Professor Auxiliar, FEUP,
Rua do Dr. Roberto Frias s/n, 4200-465 Porto, fproenca@fe.up.pt

Resumo

Foi introduzida no Laboratório de Hidráulica uma nova técnica de medição, baseada no processamento de imagens, a utilizar no trabalho laboratorial “Estudo do descarregador de orifício/jacto livre”. Pretendia-se, através de medições do caudal e análise da trajectória do jacto, determinar as características do escoamento pelo orifício. Em alternativa ao método tradicional, baseado em catetómetros, optou-se por determinar a trajectória com recurso à aquisição e processamento de imagens. Para tal foi utilizado uma máquina fotográfica digital e técnicas elementares de processamento de imagem. Este método revelou-se eficaz uma vez que permitiu determinar com sucesso os parâmetros do orifício e ao mesmo tempo divulgar entre os alunos novas técnicas de medida. Pedagogicamente e em termos laboratoriais, estes métodos mostraram ser eficientes.

Palavras-chave: Jacto Livre, Bernoulli, Processamento de Imagem.

Abstract

With the purpose of introducing in the Hydraulics Laboratory a new measurement technique, based in image processing, the existing experimental setup “Study of the discharge through an orifice/free jet” was used. The parameters of flow through an orifice have been obtained by means of flowrate measurements and jet’s trajectory determination. Instead of the traditional way of doing it, based on rullers, the jet trajectory was determined using image aquisition and processing. For this purpose a regular digital camera and elementary image processing techniques have been used. This method was proved to be efficient on the successful determination of the orifice parameters and at the same time on the teaching of a new measurement technique. Pedagogically and in terms of laboratorial classes these methods have also proved to be efficient.

Keywords: Free Jet, Bernoulli, Image Processing.

1. Introdução

A utilização de técnicas de medição e/ou diagnóstico baseadas em aquisição e processamento de imagem está cada vez mais generalizada em diversos campos da ciência. Técnicas como a radiografia, a tomografia axial computadorizada têm se mostrado ferramentas valiosas nos processos de diagnóstico médico. Igualmente a detecção remota e as imagens de satélite têm permitido obter informações relevantes sobre a atmosfera e relevo da litosfera, por exemplo. No campo particular da Mecânica dos Fluidos, a velocimetria por imagem de partículas (PIV) está cada vez mais generalizada permitindo medir campos de velocidade 2D e também 3D. No presente caso utiliza-se a aquisição de imagens para determinar a trajectória de um jacto livre, escoando-se através de um orifício. O método proposto apresenta algumas vantagens em relação ao método convencional, geralmente utilizado, o qual se baseia na utilização de um sistema de réguas para obtenção das coordenadas da trajectória do jacto. É assim possível a aquisição de um maior número de pontos para definição da trajectória requerida, melhor resolução espacial e uma significativa economia do tempo dispendido.

De notar que o equipamento necessário, uma máquina fotográfica digital, não envolve um grande investimento. Com efeito, os seus custos, em virtude da generalização do seu uso, inclusive através de telemóveis, são cada vez menos significativos. A aplicação deste processo em aulas práticas desenvolvidas no âmbito dos cursos de Engenharia Civil e de Engenharia do Ambiente permitem não só transmitir aos alunos novos conhecimentos sobre óptica e aquisição e processamento de imagem, mas também fazê-los compreender melhor o tipo de escoamento em estudo.

2. Fundamentos Teóricos

2.1. Escoamento por Orifícios de Pequenas Dimensões

Define-se um pequeno orifício como aquele cujo rácio entre o diâmetro, d , e o diâmetro do reservatório, D , obedece a:

$$\left(\frac{d}{D}\right) \ll 1 \quad [1]$$

Considere-se o caso do escoamento por um pequeno orifício, executado na parede lateral de um reservatório, tal como indicado na figura 1, contendo um líquido em contacto com a atmosfera.

O nível do líquido no reservatório, situado a uma distância, h , do eixo do orifício, manter-se-á constante através de uma alimentação adequada. A descarga far-se-á para a atmosfera. Admite-se também que $h \gg d$. O orifício será de secção circular S de pequenas dimensões e de parede delgada, isto é, com os bordos em bisel, fazendo com que o contacto da veia líquida na saída com as paredes sólidas se faça apenas ao longo de uma linha.

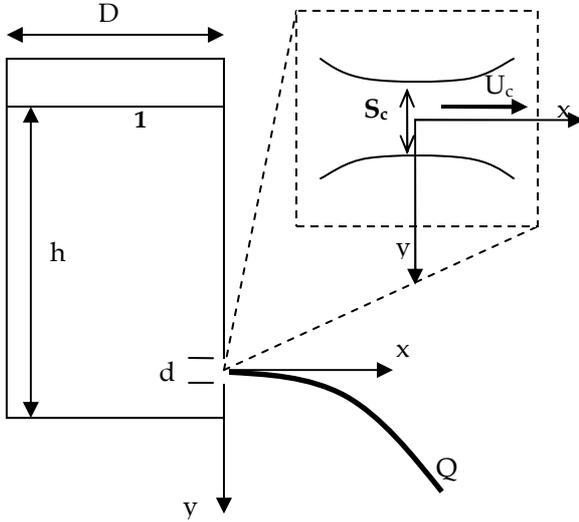


Figura 1. Escoamento através de um orifício.

As grandes dimensões do reservatório em relação ao orifício fazem com que a velocidade do líquido no reservatório seja praticamente nula a não ser na vizinhança do mesmo orifício. A mudança súbita das condições de pressão causadas pela saída do líquido que fica em contacto com a atmosfera origina uma necessidade de adaptação da veia líquida havendo uma curvatura dos filetes líquidos, os quais convergem originando uma secção contraída, S_c , distante do orifício de um valor aproximadamente igual ao seu raio e, divergindo, novamente, para jusante, conforme ilustrado na figura 1.

A determinação do caudal escoado poder-se-á fazer por aplicação do teorema de Bernoulli, a duas secções do escoamento que serão a superfície livre (indicada por 1 na figura 1) e uma secção do jacto em que a distribuição de pressões seja hidrostática, ou seja, a secção contraída, S_c . Considerando movimento permanente, ter-se-á (Novais Barbosa, 1986):

$$z_1 + \alpha \frac{U_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = z_c + \alpha \frac{U_c^2}{2g} + \frac{p_c}{\gamma} + \Delta H \quad [2]$$

em que U_1 e p_1 representam, respectivamente, a velocidade média e a pressão efectiva na superfície do tanque em contacto com a atmosfera, U_c e p_c as mesmas grandezas referentes à secção contraída, sendo esta última nula pelo facto de ter de ser cumprido simultaneamente a condição fronteira de pressões efectivas nulas em todo o contorno e a condição de hidrostaticidade, isto é, de variação linear de pressões na secção; z_1 e z_c as cotas das secções relativamente a um mesmo plano de referência e ΔH a perda de carga entre as duas secções, a qual pode ser considerada igual a,

$$\Delta H = K \frac{U_c^2}{2g} \quad [3]$$

Por simplicidade considerar-se-á $z_c=0$ e $z_1=h$. A partir da equação [1] é possível deduzir a expressão seguinte para a velocidade na secção contraída (Novais Barbosa, 1986):

$$U_c = C_v \sqrt{2gh} \quad [4]$$

em que $C_v = (\alpha + K)^{-1/2}$ representa o coeficiente de velocidade.

A expressão $U_c = \sqrt{2gh}$ é designada de expressão de Torricelli e é obtida considerando nulas as perdas de carga. O caudal escoado pelo orifício é então dado por:

$$Q = S_c U_c \quad [5]$$

em que S_c representa a secção contraída a qual pode ser escrita em termos da secção do orifício, S_o , na forma:

$$S_c = C_c S_o \quad [6]$$

Resulta assim pelas expressões [4] e [5]:

$$Q = C_D S_o \sqrt{2gh} \quad [7]$$

ou ainda:

$$C_D = C_c C_v \quad [8]$$

Valores típicos para estes parâmetros são (Lencastre, 1969),

$$\begin{cases} C_D \approx 0.6 \\ C_v \approx 0.9 \\ C_c \approx 0.5 \end{cases} \quad [9]$$

2.2. O Jacto Livre

A saída do líquido pelo orifício para a atmosfera origina um jacto, cuja trajectória pode ser dada por equações semelhantes às aplicadas na definição da trajectória de um projectil (Halliday, 2001). Considerando como eixos coordenados os eixos (x, y) cuja origem se supõe no centro da secção contraída do jacto, tal como é indicado na figura 1, a trajectória do eixo do jacto pode ser descrita por:

$$\begin{cases} x = x_o + U_c t \\ y = y_o - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \quad [10]$$

em que (x_o, y_o) são as coordenadas da origem escolhida e v_x a velocidade da veia líquida na secção contraída doravante referida por U_c .

A equação da trajectória descrita pela equação [10] é uma parábola. Assumindo por hipótese que $(x_o, y_o) = (0, 0)$ a equação [10] origina,

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{U_c} \right)^2 \quad [11]$$

e pela equação [4] tem-se:

$$y = -\frac{1}{4hC_v^2} x^2 \quad [12]$$

Para uma dada situação caracterizada por um valor do nível do reservatório, h , o conhecimento dos pares de valores x e y permitirá a determinação de C_v .

Relembrando que a medição de caudal leva ao directo conhecimento do coeficiente de vazão C_D e tendo em atenção a equação [8], poder-se-á avaliar de imediato o coeficiente de contracção do orifício, pela expressão seguinte:

$$C_c = \frac{C_D}{C_V} \quad [13]$$

Com as expressões [8], [12] e [13] os parâmetros do orifício ficam perfeitamente determinados.

2.3. Aquisição e Processamento de Imagens

Um sistema de aquisição de imagens é composto essencialmente por duas partes: uma parte óptica e uma parte fotossensível. A parte óptica é utilizada para conduzir e condicionar a radiação emitida pelo objecto a observar até à parte fotossensível. Esta armazena a informação transportada pela radiação emitida.

Um bom exemplo é a máquina fotográfica onde a lente constitui a parte óptica e o filme/sensor a parte fotossensível. Neste exemplo a radiação electromagnética utilizada situa-se na região do visível ($400\text{nm} < \lambda < 800\text{ nm}$ (valores aproximados)). Um esquema simples de um sistema de aquisição e processamento de imagem encontra-se representado na figura 2.

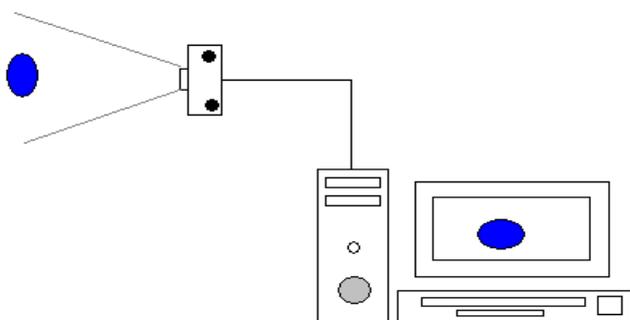


Figura 2. Exemplo de um sistema de aquisição e processamento digital de imagens.

As imagens adquiridas em formato digital, ou convertidas para esse formato podem ser tratadas em computador utilizando ferramentas adequadas. O Matlab dispõe de uma "toolbox" relativa ao processamento de imagem que pode ser usada.

Por outro lado estão disponíveis na internet um número apreciável de bibliotecas para processamento de imagens escritas em linguagem C/C++ que poderão ser usadas para desenvolvimento de ferramentas dedicadas (Phillips, 1994), apesar de esta ser uma ideia para um futuro a médio/longo prazo, a simplicidade do problema e os seus objectivos levaram a que se procurasse algo mais eficiente.

Optou-se assim por recorrer a um programa freeware para processamento de imagem, o GIMP (www.gimp.org) cujas potencialidades são manifestamente suficientes para o caso em apreço. A aplicação desta ferramenta será descrita posteriormente.

2.4. Coordenadas da Imagem vs Coordenadas Físicas

A uma imagem pode ser associado um eixo ordenado Oij o qual terá unidades de pixels (pixel=picture element) conforme se apresenta na figura 3. No presente caso as imagens do jacto foram captadas utilizando uma máquina fotográfica digital Sony DSC-W80 com 7.2 Megapixels. Este valor é importante para a definição da resolução conseguida. Para o presente caso foi possível obter resoluções na ordem dos 0.03 cm.

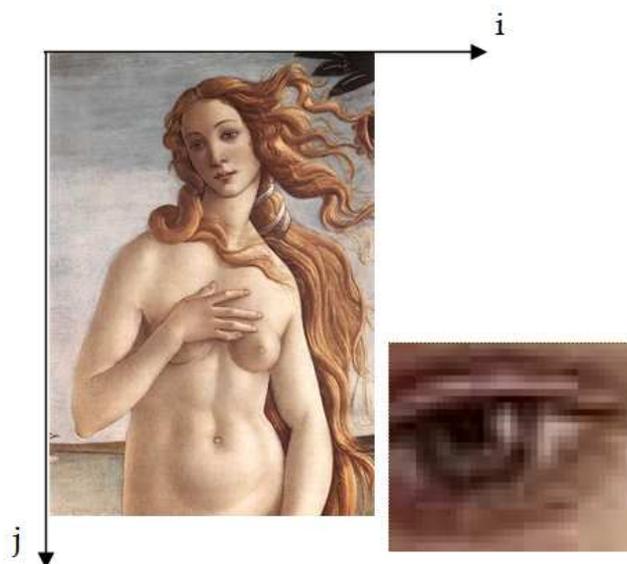


Figura 3. Exemplificação das coordenadas de imagem e divisão em pixels (Boticelli, O Nascimento de Venus)

Para se fazer a correspondência entre pixels e coordenadas físicas recorre-se a uma imagem de calibração, isto é, uma imagem que contenha uma escala de comprimentos físicos (por exemplo, uma imagem de uma régua) a qual permitirá fazer a correspondência entre ambos os sistemas.

No presente caso a existência de régua na instalação permite que as imagens obtidas incluam também a escala de calibração, conforme se representa na figura 4. Para além da régua poder-se-ia também utilizar qualquer estrutura presente, cujas dimensões físicas sejam conhecidas.

Definem-se os seguintes factores de calibração:

$$\beta_x = \frac{x_o}{i_o} \quad [14]$$

$$\beta_y = \frac{y_o}{j_o} \quad [15]$$

em que x_o , y_o representam as dimensões físicas, horizontal e vertical, (conhecidas) de um objecto e i_o , j_o as suas dimensões (horizontais e verticais) em pixels.

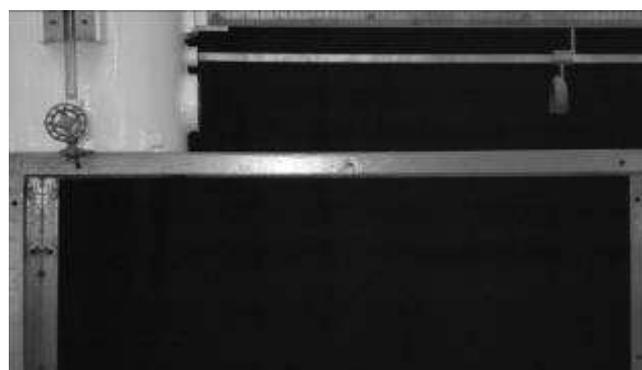


Figura 4. Régua horizontal situada no topo da imagem permitindo fazer a correspondência entre pixels e centímetros.

2.5. Alguns Requisitos

A iluminação é um factor primordial na aquisição de imagens. Um sujeito devidamente iluminado produzirá, à partida, imagens que poderão ser mais esclarecedoras e dispensar algumas etapas no pós-processamento (exemplo: aumentar contraste).

Por outro lado, para garantir o alinhamento do sistema de aquisição de imagens dever-se-á utilizar um tripé que permita fixar a máquina e mantê-la na mesma posição.

A escolha da lente deverá ser feita tendo em conta a distorção provocada. Regra geral, lentes com pequena distância focal, tipo grande-angular, são desaconselhadas devendo utilizar-se lentes com distância focal elevada.

A profundidade de campo deve também ser adequada ao tipo de estudo a efectuar evitando que zonas de interesse fiquem fora de foco e vice-versa.

2.6. Processamento de Imagens

As imagens adquiridas foram-no em escala de cinzentos o que veio a facilitar o pós-processamento, realizado com o GIMP. Essencialmente procurou-se com o pós-processamento identificar as zonas da imagem ocupadas pelo líquido, nomeadamente o eixo do filete de fluido escoado pelo orifício. Assim sendo, com as ferramentas ao dispor no GIMP, criou-se uma imagem binária (isto é, só com dois níveis: 0 para preto e 1 para branco) que permitiu definir claramente as zonas ocupadas pelo jacto, conforme ilustrado na figura 5.

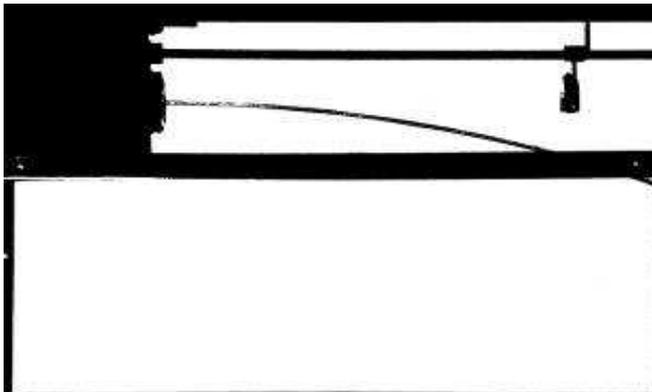


Figura 5. Criação de uma imagem binária tendo em vista a determinação das coordenadas do jacto (caso T14).

Para além da região ocupada pelo jacto são notórias as estruturas da instalação como o reservatório e as régua de medição. Para efeitos de cálculo automático é conveniente subtrair às imagens obtidas uma imagem de referência, designada de imagem máscara, obtida sem jacto, de forma a isolar apenas este. Um exemplo de máscara encontra-se na figura 6.



Figura 6. Máscara a utilizar para eliminação das estruturas acessórias (régua, reservatório, suportes)

A aplicação da máscara permite obter a imagem do jacto a qual se representa na Figura 7.

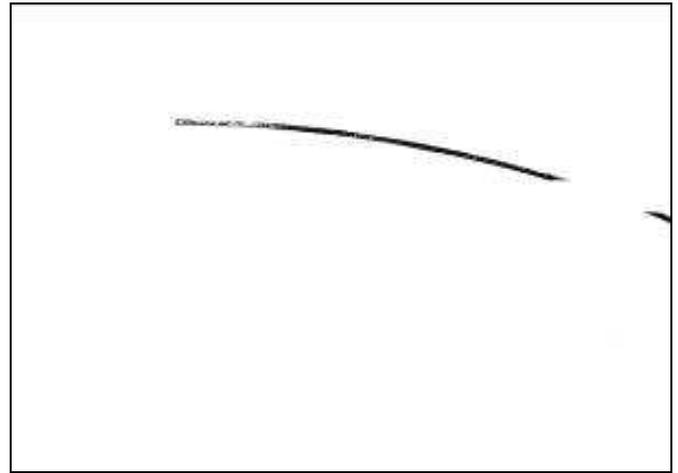


Figura 7. Imagem do jacto para $h=0.797$ m.

A descontinuidade da imagem é provocada pela presença de uma das barras horizontais da estrutura de suporte. Através de um algoritmo de detecção de extremos ("edge detection") é possível refinar a detecção do jacto.

3. Resultados Obtidos

3.1. Casos Estudados

A utilização de imagens para estudar a trajetória do jacto permite, de forma expedita e eficiente, a medição de um grande número de condições, as quais são apresentadas no quadro 1 e definidas pela altura piezométrica h . Apresentam-se igualmente os valores dos caudais calculados pela expressão de Torricelli, designados por Q_0 .

Quadro 1. Condições de escoamento consideradas.

Ensaio	hp (m)	Q_0 (L/s)
T1	0.062	3.12E-05
T2	0.082	3.59E-05
T3	0.096	3.88E-05
T4	0.142	4.72E-05
T5	0.216	5.82E-05
T6	0.262	6.41E-05
T7	0.284	6.67E-05
T8	0.319	7.07E-05
T9	0.412	8.04E-05
T10	0.491	8.78E-05
T11	0.542	9.22E-05
T12	0.654	1.013E-4
T13	0.716	1.060E-4
T14	0.797	1.118E-4

3.2. Determinação do Coeficiente de Descarga

A determinação do coeficiente de descarga foi efectuada a partir das medições do caudal descarregado pelo orifício. Essa medição foi feita recolhendo, em intervalos de tempo Δt , o volume de água escoada, ΔV , num vaso graduado, ou seja,

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}, \quad [16]$$

Os valores obtidos encontram-se no quadro 2.

Quadro 2. Valores do coeficiente de descarga, C_D , para cada ensaio realizado.

Ensaio	h _p (m)	Q _o (m ³ /s)	Q _T (m ³ /s)	C _D
T1	0.062	3.12E-05	2.29E-05	0.733
T2	0.082	3.59E-05	2.63E-05	0.733
T3	0.096	3.88E-05	2.85E-05	0.733
T4	0.142	4.72E-05	3.43E-05	0.727
T5	0.216	5.82E-05	4.20E-05	0.722
T6	0.262	6.41E-05	4.61 E-05	0.719
T7	0.284	6.67E-05	4.61E-05	0.691
T8	0.319	7.07E-05	5.12E-05	0.724
T9	0.412	8.04E-05	5.76E-05	0.717
T10	0.491	8.78E-05	6.27E-05	0.714
T11	0.542	9.22E-05	6.48E-05	0.702
T12	0.654	1.013E-4	7.12E-05	0.703
T13	0.716	1.060E-4	7.41E-05	0.699
T14	0.797	1.118E-4	7.99 E-05	0.714

A representação gráfica de Q_T em função de Q_o , representada na figura 8, permite estabelecer um valor médio para o coeficiente de descarga.

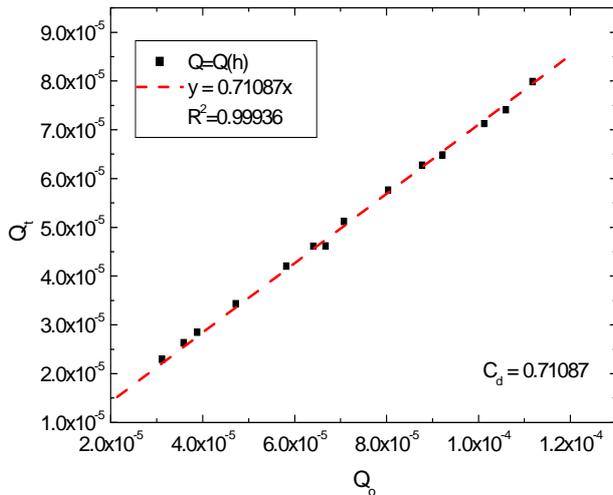


Figura 8. Determinação do coeficiente de descarga, C_D .

obtendo-se:

$$\overline{C_D} = 0.711 \quad [17]$$

3.3. Determinação dos Coeficientes de Velocidade e de Contração

A determinação do coeficiente de velocidade é feita a partir do conhecimento da trajectória do jacto e utilizando a equação [12].

As características da instalação, nomeadamente no que concerne à concepção do orifício de saída, tornam impossível a determinação da trajectória do jacto desde que o filete de líquido abandona o reservatório. A imagem do orifício, está representada na figura 9.



Figura 9. Vista do orifício.

Contudo, é possível estimar, a partir da literatura que a secção contraída se situa a uma distância de $x = d/2$. Dado que o diâmetro é de 6 mm e que só a partir de $x=2.54$ cm se tem a imagem do jacto, verifica-se que, com a configuração existente, a zona contraída encontra-se oculta pela parede do orifício.

Este facto não constitui problema de maior uma vez que representa apenas uma translação da trajectória, não afectando o valor do coeficiente da parábola, conforme se verifica na figura 10

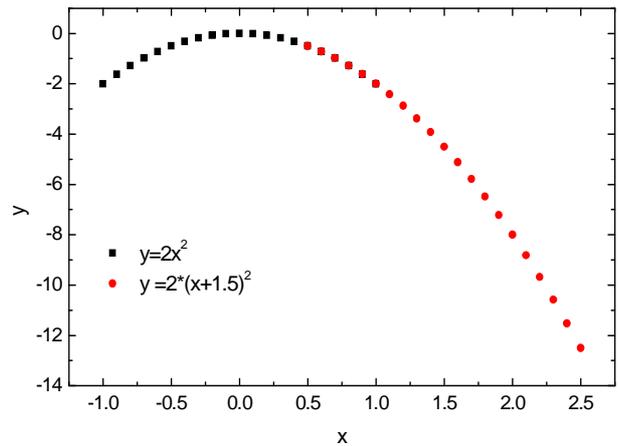


Figura 10. Aplicação de uma translação a uma parábola de equação $y = ax^2$.

As figuras [11] a [16] representam as trajectórias para alguns dos casos estudados.

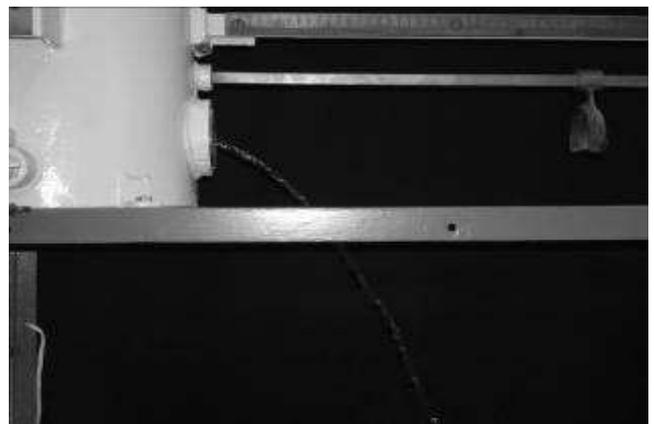


Figura 11. Caso T1, $h = 0.062$ m.

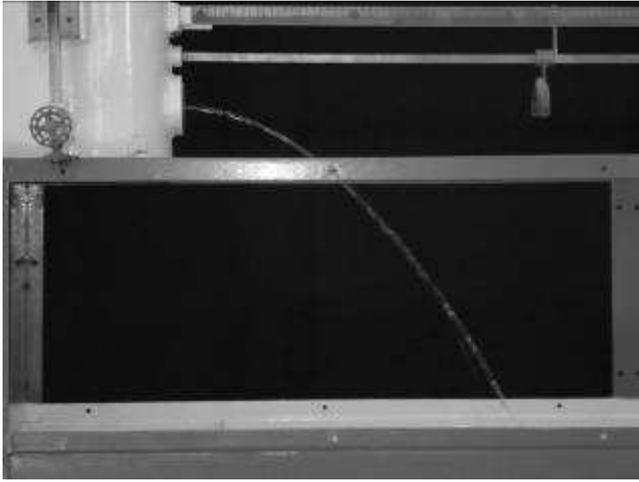


Figura 12. Caso T4, $h = 0.142\text{m}$.

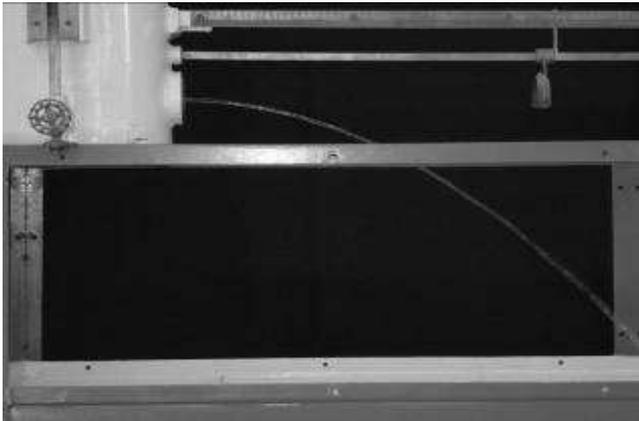


Figura 13. Caso T7, $h = 0.284\text{m}$.

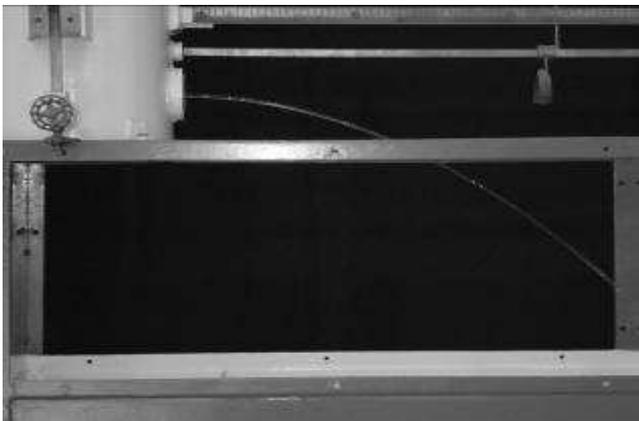


Figura 14. Caso T8, $h = 0.319\text{m}$.

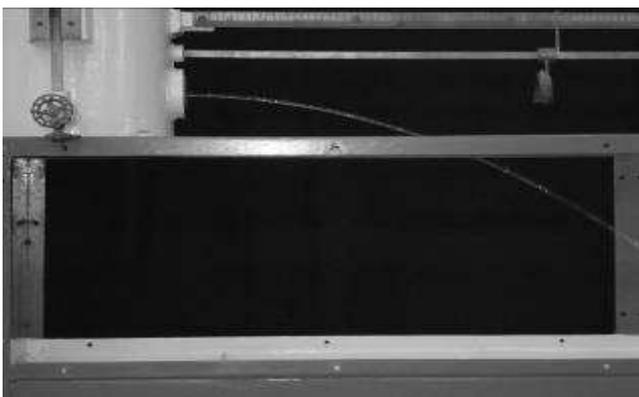


Figura 15. Caso T9, $h = 0.412\text{m}$.

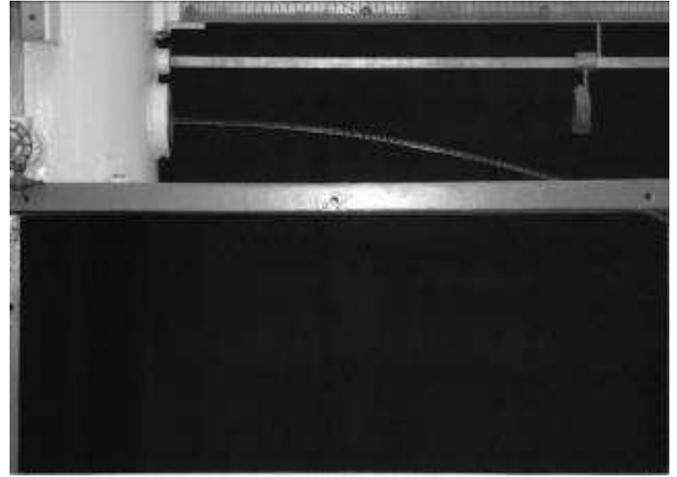


Figura 16. Caso T14, $h = 0.797\text{m}$.

Aplicando as técnicas de processamento de imagem descritas é possível determinar as coordenadas de cada um dos jactos, tanto em pixels como em unidades físicas.

As curvas correspondentes a cada trajetória são apresentadas na figura 17.

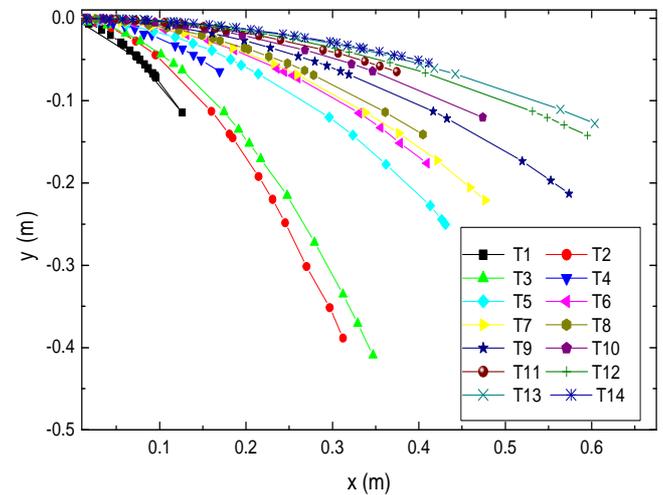


Figura 17. Parábolas obtidas para cada caso considerado.

Adimensionalizando as coordenadas por $(x_{\text{max}}, y_{\text{max}})$, correspondentes aos seus valores máximos medidos em cada imagem, obtém-se as seguintes curvas, representadas na Figura 18.

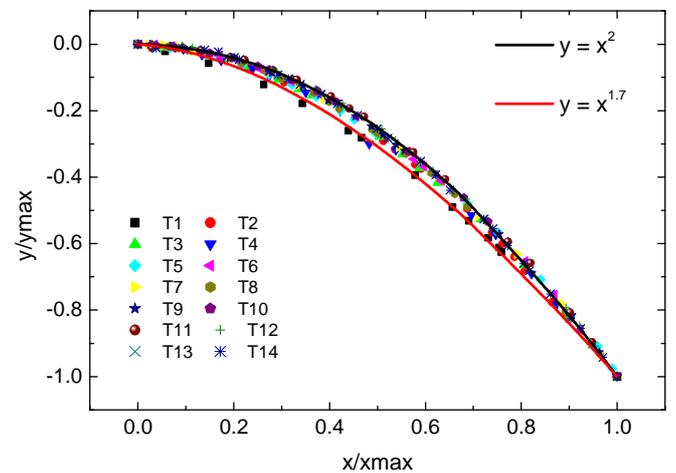


Figura 18. Trajetórias adimensionalizadas dos diferentes jactos ensaiados e ajustes polinomiais realizados.

Na mesma figura representa-se a função $y=x^2$. Como se pode ver na figura 18 este modelo ajusta-se bem aos pontos medidos. Representa-se também a curva $y=x^{1.7}$ obtida por Tentugal Valente (1982).

Pode verificar-se igualmente que a curva $y=x^2$ descreve bem a quase totalidade dos dados experimentais, à excepção do caso T1. Esta discrepância pode ser explicada pelo facto de a altura do nível de água no reservatório ser de apenas de 0.062 m.

Utilizando a equação [12] e representando as diferentes trajectórias na forma $y=f(x^2)$ obtém-se, para o caso $h=0.797m$, a figura 19.

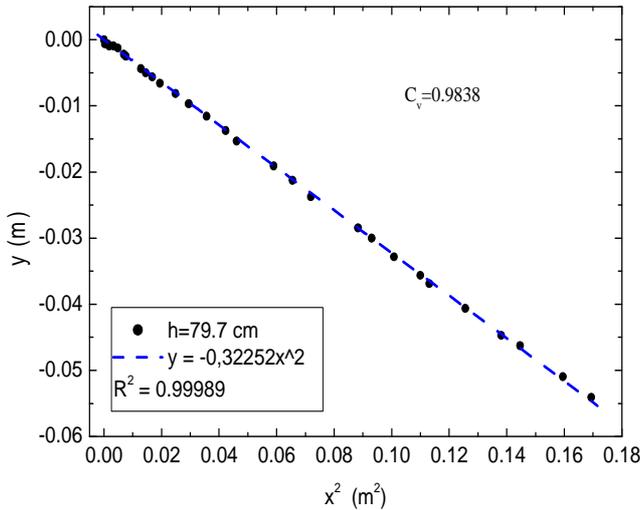


Figura 19. Determinação do C_v pela recta de ajuste aos dados experimentais obtidos (Caso T14, $h = 0.797 m$).

No quadro 3 representam-se os valores obtidos para os coeficientes de velocidade, C_v e de contracção C_c .

Quadro 3. Valores dos coeficientes de velocidade e de contracção para cada ensaio realizado.

Ensaio	C_v	C_c
T1	0.74	0.99
T2	0.88	0.84
T3	0.88	0.83
T4	0.88	0.82
T5	0.92	0.78
T6	0.95	0.75
T7	0.95	0.73
T8	0.95	0.76
T9	0.97	0.74
T10	0.98	0.73
T11	1.00	0.70
T12	1.00	0.65
T13	0.95	0.72
T14	0.98	0.72

3.2. Comparação dos Resultados

Os valores obtidos para o coeficiente de velocidade foram comparados com os obtidos por Tentugal Valente (1982) e encontram-se na figura 20.

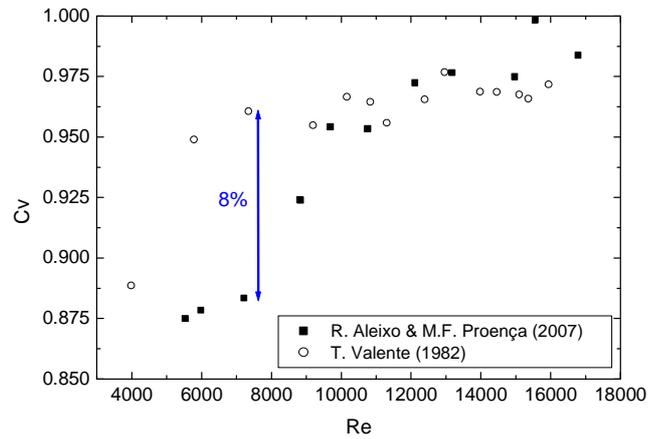


Figura 20. Evolução do coeficiente de velocidade, C_v , em função do número de Reynolds, Re .

Como se pode constatar os valores obtidos encontram-se de acordo com os valores obtidos por Tentugal Valente (1982), sendo a maior diferença obtida de 8%.

4. Análise das Incertezas

A partir das expressões apresentadas para a determinação dos coeficientes do jacto é possível derivar as correspondentes expressões para as incertezas, Holman (2001). Assim sendo tem-se:

$$\left(\frac{\Delta C_D}{C_D}\right)^2 = \left(\frac{\Delta Q}{Q}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 \quad [18]$$

$$\left(\frac{\Delta C_v}{C_v}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 \quad [19]$$

$$\left(\frac{\Delta C_c}{C_c}\right)^2 = \left(\frac{\Delta C_D}{C_D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C_v}{C_v}\right)^2 \quad [20]$$

em que ΔX representa a incerteza associada à grandeza X .

Neste caso m representa o declive medido da curva $y=f(x^2)$. O raio do orifício foi medido através de um parafuso e de um paquímetro com resolução 1/20 mm. A altura piezométrica, h , foi medida com uma régua graduada em milímetros, à qual se associa uma incerteza de 0.5 mm (metade da menor divisão). Contudo, em virtude das oscilações verificadas no tubo piezométrico, assumiu-se este valor como sendo de 1mm. A incerteza associada ao caudalímetro foi calculada caso a caso, sendo o seu valor máximo de 2%. O quadro 4 indica alguns valores típicos das incertezas associadas.

Quadro 4. Incertezas associadas às diversas grandezas em jogo.

Variável	INCERTEZA	UNIDADES
$\Delta m/m$	<5%	--
$\Delta Q/Q$	<2%	--
r	0.05	mm
h	1	mm

A análise de incertezas aplicada ao declive, m , e os diferentes valores obtidos permitem estimar o valor $\Delta m/m$ como sendo inferior a 5%. O quadro 5 resume os valores majorantes para as incertezas.

Quadro 5. Incertezas associadas aos diferentes parâmetros do jacto.

Variável	INCERTEZA
$\Delta C_d / C_d$	$\approx 5\%$
$\Delta C_v / C_v$	$\approx 3\%$
$\Delta C_d / C_d$	$\approx 6\%$

5. Conclusões e Trabalho Futuro

A realização deste trabalho permitiu a aquisição de novas competências no domínio da aquisição e processamento de imagens.

O método aqui desenvolvido, baseado essencialmente em ferramentas existentes permitiu a obtenção dos diferentes parâmetros associados ao descarregador de orifício. Os valores obtidos para esses parâmetros encontram-se de acordo com os valores previstos na literatura. A utilização da aquisição de imagens para o estudo do jacto permitiu definir rigorosamente a sua trajectória, com uma resolução espacial muito superior à obtida com as réguas de que dispõe a instalação.

Este método, por ser expedito e de simples aplicação, pode ser facilmente aplicado em aulas de laboratório.

Como trabalho futuro sugere-se o desenvolvimento de um programa próprio adequado ao processamento automático das imagens do jacto; o desenvolvimento de um método automático para medição do caudal que possa ser integrado com o programa de aquisição e processamento de imagem e permitindo obter de forma automática os parâmetros do jacto requeridos.

Referências

- GIMP, (2007), www.gimp.org, The Gnu Image Manipulation Program.
- Halliday, D, R. Resnick, J. Walker, (2001), *Fundamentals of physics*, John Wiley & Sons, New York, ISBN 0-471-39224-3.
- Holman, J. P., (2001), *Experimental Methods for Engineers*, Mcgraw-Hill College, New York.
- Lencastre, A. (1969), *Manual de Hidráulica Geral*, 2.^a edição, Técnica AEIST, Lisboa, 448.
- Novais-Barbosa, J, (1986), *Mecânica dos Fluidos e Hidráulica Geral, vol 1*, Porto Editora, Porto, 479.
- Phillips, D., (1994), *Image Processing in C*, Prentice-Hall, New York.
- Tentúgal-Valente, J.C., (1982), *Escoamentos com Superfície Livre em Regime Uniforme. Campo de Velocidades*. Tese de Doutoramento em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Secção de Hidráulica Recursos Hídricos e Ambiente do Departamento de Engenharia Civil da FEUP e ao Instituto de Hidráulica e Recursos Hídricos os meios técnicos postos à disposição.