

**PERCOLAÇÃO NÃO CONFINADA:
UMA COMPARAÇÃO DE MÉTODOS DE SOLUÇÃO**
**Unconfined seepage flow:
A comparison of solution methods**

J. COUTO MARQUES ⁽¹⁾, P. OLIVEIRA ⁽²⁾ e S. LOPES ⁽³⁾

⁽¹⁾ Professor Associado, DEC-FEUP,
Rua Dr. Roberto Frias, 4200-465 Porto, jmarques@fe.up.pt

⁽²⁾ Engenheiro Civil, Irmãos Cavaco SA,
Rua Viana da Mota, 8, Apartado 7, 4524-909 Santa Maria da Feira, pedrooliveira@icsa.pt

⁽³⁾ Engenheira Civil, Portuscale ACE,
Avenida D. Manuel II, 1180, 4470-334 Maia, soniarl@portugalmail.pt

Resumo

Procura-se neste trabalho fazer uma aplicação comparativa de dois métodos para o estudo da percolação em barragens de aterro. O primeiro é o método clássico de Casagrande, uma técnica gráfica para o traçado da linha de saturação. O segundo é o método dos elementos finitos, uma poderosa ferramenta numérica utilizada na solução de variadíssimos e complexos problemas de Engenharia.

Palavras-chave: método de Casagrande; método dos elementos finitos; barragens de aterro; superfície livre.

Abstract

This paper presents two alternative methods for the study of seepage in embankment dams. The first is the classical Casagrande method, a graphical technique for the determination of the phreatic surface. The second is the finite element method, a powerful numerical tool successfully used in the solution of a wide range of complex engineering problems.

Keywords: Casagrande method; finite element method; embankment dams; phreatic surface.

1. Introdução

O presente trabalho foi desenvolvido no âmbito das disciplinas de Seminário de Geotecnia e de Geotecnia Aplicada a Obras Hidráulicas, do 5º ano da Licenciatura em Engenharia Civil, Opção de Geotecnia, da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

O seu principal objectivo consiste na comparação das soluções obtidas para problemas de percolação não confinada em regime permanente, quer por aplicação do método clássico de Casagrande, quer pelo método dos elementos finitos.

Após uma breve introdução teórica em que são passadas em revista as equações diferenciais que regem o problema, bem como as respectivas condições de fronteira, são apresentados de forma resumida os dois métodos utilizados.

Procede-se então à comparação e discussão dos resultados obtidos, por uma e outra via, na análise da percolação em regime permanente num conjunto de barragens de aterro de complexidade crescente, salientando-se as respectivas vantagens e inconvenientes.

2. Percolação em regime permanente

Admitindo a validade da lei de Darcy, a percolação em regime permanente através de um solo saturado é regida pela chamada equação quase-harmónica, dada em notação indicial por

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (k_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial x_j}) - Q = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad [1]$$

onde x_i e x_j são coordenadas cartesianas, k_{ij} é o tensor de permeabilidade, ϕ é a carga total (soma da cota geométrica com a altura piezométrica) e Q é a alimentação específica (Zienkiewicz *et al.*, 2005).

Se o domínio Ω for homogéneo ($\partial k_{ij} / \partial x_m = 0$) e isotrópico ($k_{ij} = k \delta_{ij}$) com alimentação específica nula, a Eq. [1] transforma-se na bem conhecida equação de Laplace

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_j} \delta_{ij} = 0 \quad [2]$$

sendo δ_{ij} o delta de Kronecker.

A fronteira Γ do domínio de escoamento Ω , em casos de percolação não confinada como o da Figura 1, pode ser dividida em três partes no que se refere à natureza das condições de fronteira:

- A carga total é prescrita em AB, DE e CD ($\phi = H_1$ em AB, $\phi = H_2$ em DE e $\phi = y$ em CD).
- O caudal é nulo através da interface entre a barragem e a fundação admitida impermeável. O vector velocidade será tangente à linha de fluxo AE, sendo nula a sua componente normal v_n dada por

$$v_n = k_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} n_i = 0 \quad [3]$$

- onde n_i é o versor da normal exterior à fronteira.
- Na superfície livre BC quer a carga total ($\phi = y$) quer o fluxo ($v_n = 0$) estão definidos mas a sua forma e localização são desconhecidas. BC é uma linha de fluxo de geometria a determinar.

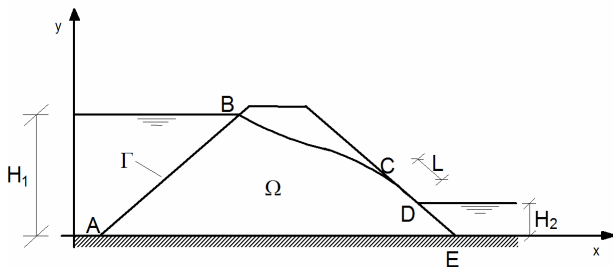


Figura 1. Percolação não confinada numa barragem homogénea.

É precisamente esta indeterminação geométrica que torna mais complexos os problemas não confinados, sendo várias as técnicas propostas para a definição da superfície livre e localização do ponto C de saída, na intersecção com a superfície de ressurgência CD. Este aspecto será a seguir discutido em pormenor, com a apresentação de duas técnicas específicas: a clássica construção proposta por Casagrande (1937) e o método da permeabilidade variável de Bathe e Khoshgoftaar (1979). segue os passos a seguir descritos, tomando como referência a Figura 2.

- Desenhar à escala a secção recta da barragem.
- Definir o ponto A' marcando a partir de A para montante um comprimento de valor 0.3Δ , onde Δ é a projecção horizontal da parte imersa da superfície do talude de montante.

Marcar C', sendo $CC' = p = (\sqrt{d^2 + h^2} - d)/2$

3. Método de Casagrande

- O método gráfico de Casagrande (1937) para o traçado da superfície livre numa barragem de terra homogénea, com isotropia de permeabilidade e fundação impermeável,
- Traçar a parábola A'B'C', de foco em C e directriz vertical, dada pela equação $x = (y^2 - 4p^2)/4p$, onde os eixos (x,y) têm origem em C com x positivo para a esquerda.

4. Método de Casagrande

- O método gráfico de Casagrande (1937) para o traçado da superfície livre numa barragem de terra homogénea, com isotropia de permeabilidade e fundação impermeável,
- Traçar a parábola A'B'C', de foco em C e directriz vertical, dada pela equação $x = (y^2 - 4p^2)/4p$, onde os eixos (x,y) têm origem em C com x positivo para a esquerda.
- Em alternativa a parábola pode ser traçada recorrendo ao método gráfico da Figura 2.
- Definir o ponto de ressurgência B, que para uma inclinação $\beta < 30^\circ$ do talude de jusante, dista L de C dado por $L = d / \cos \beta - \sqrt{d^2 / \cos^2 \beta - h^2 / \sin^2 \beta}$.
- Desenhar a transição de entrada AE, perpendicular em A à equipotencial coincidente com o talude de montante e concordante com a parábola em E.
- Desenhar a transição de saída FB.

No caso de existir um dreno horizontal a jusante, o ponto C é feito coincidir com a extremidade do mesmo no interior do talude, mantendo-se o procedimento relativo ao traçado da parábola com as devidas adaptações, podendo esta não intersectar o talude de jusante se o dreno horizontal for suficientemente comprido.

Se a permeabilidade horizontal k_x for, como é habitual, superior à vertical k_y , a secção recta da barragem deverá ser desenhada tomando uma escala horizontal transformada multiplicando as dimensões reais por $\sqrt{k_y/k_x}$. Após obter o traçado da superfície livre aplicando o procedimento acima descrito na secção transformada, tem que se utilizar a transformação inversa de escala para transferir o resultado para a secção real.

No caso de existirem vários materiais com diferentes permeabilidades ou se, mesmo só com um único material, forem inclinadas as direcções principais de permeabilidade o problema complica-se substancialmente, sendo a alternativa mais prática o recurso à aplicação do método dos elementos finitos que é objecto de referência sumária no ponto seguinte.

5. Método da permeabilidade variável

Aplicando o método dos elementos finitos (MEF) na solução da Eq. [1] obtém-se um sistema de equações algébricas

$$K_{ij} \phi_j = 0 \quad (i,j=1,\dots,N) \quad [4]$$

onde N é o número de nós da malha de elementos finitos, ϕ_j é a carga total no nó j e K_{ij} é a matriz de coeficientes global dada por

$$K_{ij} = \int_{\Omega} k_{mn} \frac{\partial N_i}{\partial x_m} \frac{\partial N_j}{\partial x_n} d\Omega \quad (i,j=1,\dots,N) \quad (m,n=1,2,3) \quad [5]$$

onde N_i é a função de interpolação do nó i e Ω é o domínio do escoamento.

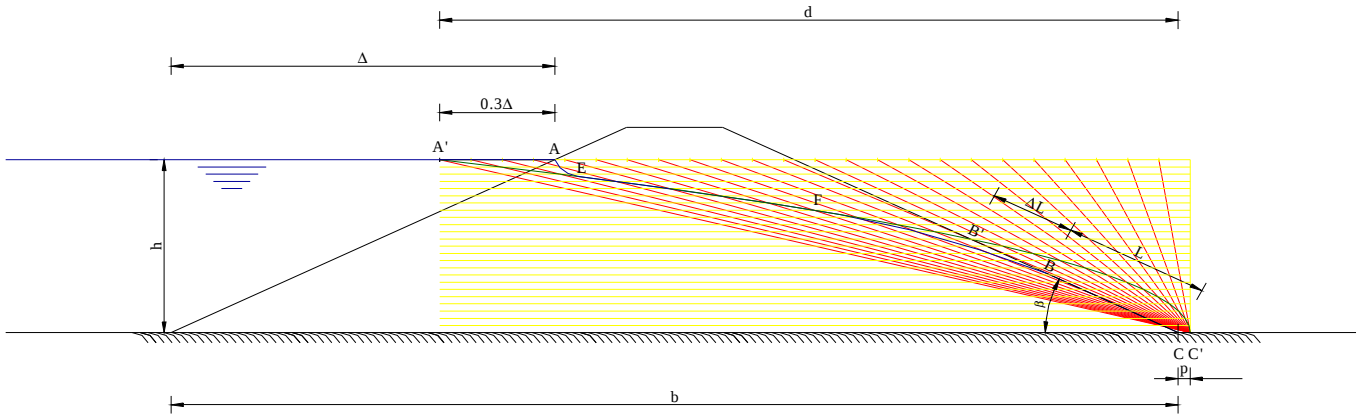


Figura 2. Método de Casagrande para o traçado da linha de saturação

A condição de fronteira do tipo $v_n=0$ é automaticamente satisfeita pelas Eq. [4], enquanto que a condição de fronteira do tipo $\phi=H_1$ pode ser facilmente imposta de modo inteiramente análogo aos assentamentos de apoio em problemas estruturais.

A solução do sistema de equações [4] deixa de ser imediata se o domínio de escoamento Ω não for conhecido à partida, como ocorre nos problemas não confinados dada a indeterminação geométrica da superfície livre. Neste trabalho recorreu-se para esse efeito ao método da permeabilidade variável, proposto por Bathe e Khoshgoftaar (1979).

Trata-se de um método em que ao longo de um processo iterativo se reduz a permeabilidade dos pontos de Gauss com altura piezométrica negativa a uma fracção do seu valor inicial (tipicamente 0.1%). Deste modo acaba por se conseguir individualizar a zona saturada do domínio.

Em problemas como o esquematizado na Figura 1, o desconhecimento da extensão da superfície de ressurgência implica proceder-se a atribuição de condições de fronteira redefiníveis aos nós situados sobre o talude de jusante. Naqueles em que durante o processo iterativo a altura piezométrica seja positiva, é fixada a carga total como igual à cota geométrica $\phi=y$. Nos restantes fica implicitamente aplicada a condição de fronteira impermeável.

6. Exemplos de aplicação

São apresentados três exemplos de aplicação, tomando todos eles como objecto de análise uma barragem de terra cuja secção recta tem 28.5 m de altura, 126 m de base e taludes de montante e jusante com inclinação de 1/2 (V/H). Nos dois primeiros estudos a barragem é considerada homogênea e com isotropia de permeabilidade, sendo $k_x=k_y=1.15 \times 10^{-5}$ m/s, um valor típico de uma areia fina. No segundo caso é introduzido um dreno horizontal a jusante com 30 m de comprimento.

Na terceira e última análise considerou-se a existência de um núcleo central cuja permeabilidade é uma ordem de grandeza inferior, mantendo-se a presença do dreno horizontal a jusante.

5.1. Barragem de terra homogênea

A Figura 3 ilustra o resultado da aplicação do método de Casagrande descrito na Figura 2 à determinação da linha de saturação da barragem de terra homogênea considerada.

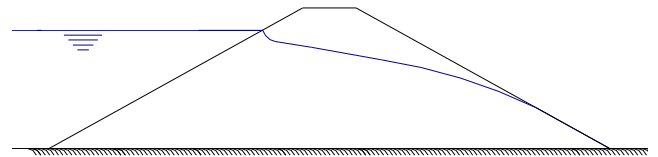


Figura 3. Barragem homogênea. Linha de saturação obtida pelo método de Casagrande.

Na Figura 4 está representada a malha de elementos finitos utilizada (com 609 elementos isoparamétricos de 8 nós, num total de 1928 pontos nodais), bem como os vectores de velocidade de percolação obtidos por aplicação do método da permeabilidade variável.

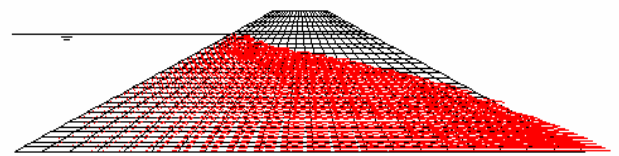


Figura 4. Barragem homogênea. Vectores de velocidade de percolação obtidos pelo MEF.

A Figura 5 apresenta a evolução da altura piezométrica no corpo da barragem, sendo a superfície livre dada pela transição para a cor mais escura. É patente que nesta figura, como na anterior, se aproxima com rigor a forma da linha de saturação da Figura 3.

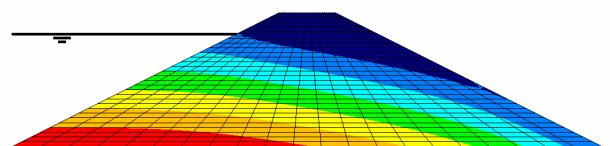


Figura 5 - Barragem homogênea. Alturas piezométricas obtidas pelo MEF.

5.2. Barragem de terra homogénea com dreno de jusante

A introdução de um dreno de jusante na barragem evita a ressurgência de caudal percolado no paramento de jusante, evitando deste modo os efeitos erosivos que lhe estariam associados. Pode observar-se na Figura 6 os pormenores da construção gráfica nesta situação e na Figura 7 o traçado obtido para a superfície livre. Os resultados fornecidos pelo MEF são dados nas Figuras 8 e 9, ilustrando a nova configuração assumida pela zona saturada. Também neste caso em que existe um dreno horizontal a jusante é grande a proximidade entre os resultados obtidos pelos dois métodos.

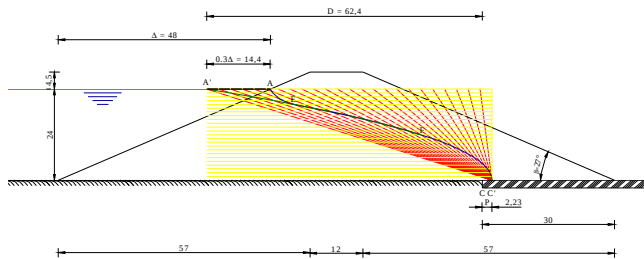


Figura 6. Barragem homogénea com dreno de jusante. Aplicação do método de Casagrande para o traçado da linha de saturação.

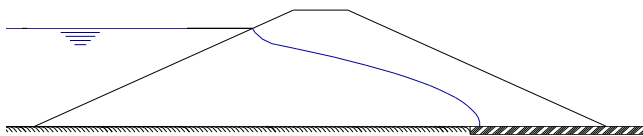


Figura 7. Barragem com dreno de jusante. Linha de saturação obtida pelo método de Casagrande.

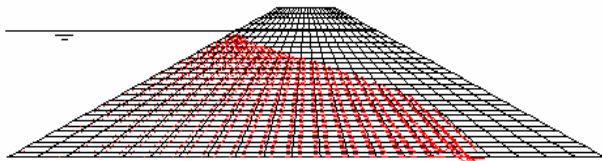


Figura 8. Barragem com dreno de jusante. Vectores de percolação obtidos pelo MEF.

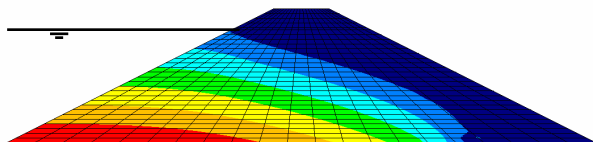


Figura 9. Barragem com dreno de jusante. Alturas piezométricas obtidas pelo MEF.

5.3. Barragem de terra com núcleo central e dreno de jusante

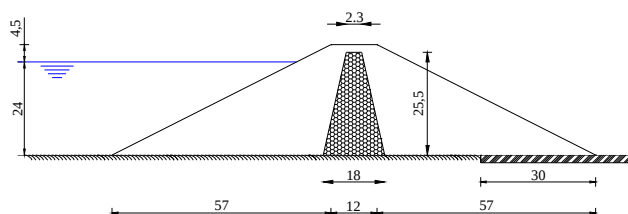


Figura 10. Barragem com núcleo central e dreno de jusante. Geometria da secção recta.

A existência de um núcleo central, constituído por material de mais baixa permeabilidade, é uma opção corrente no projecto de barragens de terra, levando a uma secção zonada como a da Figura 10. Enquanto que o método de Casagrande se torna um pouco mais complicado, o MEF trata estas situações com a mesma facilidade, como o demonstram os resultados expostos nas Figuras 11 e 12.

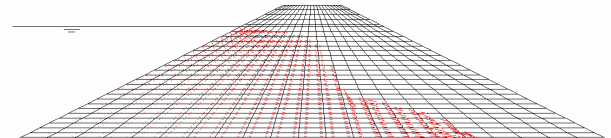


Figura 11. Barragem com núcleo central e dreno de jusante. Vectores de velocidade de percolação obtidos pelo MEF.

É patente a perda de carga induzida pela presença de material menos permeável, que leva a um abaixamento pronunciado da superfície livre durante o atravessamento do núcleo central.

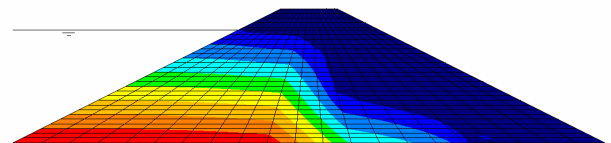


Figura 12. Barragem com núcleo central e dreno de jusante. Alturas piezométricas obtidas pelo MEF.

7. Conclusões

O MEF permite obter de forma rigorosa e expedita a solução de problemas de percolação não confinada. A sua vantagem sobre o método de Casagrande torna-se particularmente evidente na presença de anisotropia de permeabilidade, em especial se as respectivas direcções principais forem inclinadas, bem como no estudo de barragens com secção transversal mais complexa, por exemplo com núcleo central.

Agradecimentos

Os autores expressam o seu reconhecimento à Prof^a. Doutora Maria Teresa Tomás por todo o apoio concedido.

Referências

- Bathe, K.J. & Khoshgoftaar, M.R. (1979). *Finite element free surface seepage analysis without mesh iteration*, Int. J. Num. Anal. Meth. in Geomechanics, 3, 13-22. ISSN 0363-9061.
- Casagrande, A. (1937). *Seepage through dams*, Journal of the New England Water Works Association, 51, 131-172. ISSN 0028-4939.
- Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. & Zhu, J.Z. (2005). *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, Butterworth-Heinemann Ltd., Oxford, 752 pp., ISBN 978-0750663205.