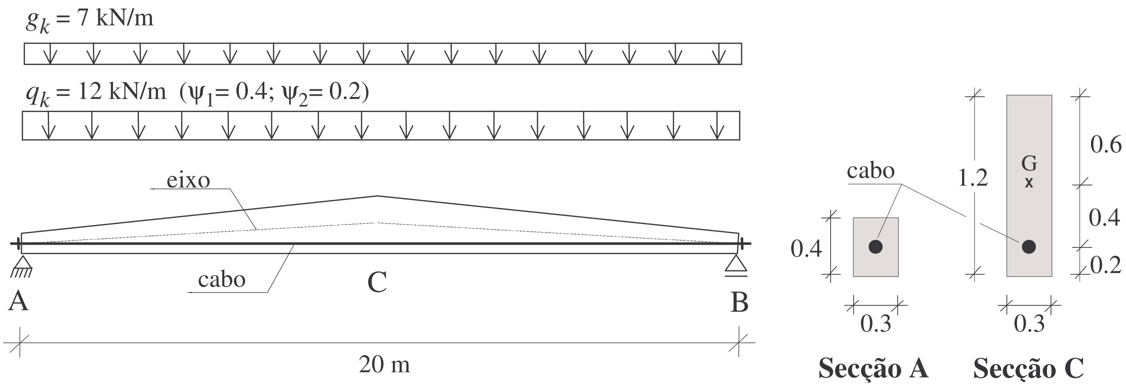
EXERCÍCIO SOBRE UMA VIGA PRÉ-ESFORÇADA

Considere a viga pré-esforçada AB, simplesmente apoiada e de inércia variável, que está submetida à acção do respectivo peso próprio, simulado de forma aproximada através da acção permanente g_k, e de uma acção variável q_k. **Materiais**: C25/30, A_p1860 (f_{pk}=1860MPa, $f_{p0.1k}$=1670MPa, cordões de 0.5”), A500.



a) Determine a força de pré-esforço a considerar para tempo infinito, a fim de que sob a combinação frequente de acções não ocorra descompressão na secção C.

b) Calcule o número de cordões de 0.5” (A_p (1 cordão) = 1cm^2) a utilizar no cabo, admitindo que em C as perdas instantâneas e diferidas totalizam 15% do pré-esforço inicial na origem A.

c) Qual a carga exterior mínima, na fase de esticamento, para evitar a descompressão em C, supondo 5% de perdas imediatas entre A e C ?

d) Verifique a capacidade resistente última da secção C ao momento flector, dimensionando, se necessário, armadura ordinária de aço A500. As armaduras estarão em cedência ? Justifique.

EXERCÍCIO : VIGA PRÉ-ESFORÇADA

$g_k = 7$ kN/m

$q_k = 12$ kN/m $(\psi_1 = 0.4)$ $\Rightarrow$ $p_{freq} = 7 + 0{,}4 \times 12 = 11.8$ kN/m

$$\boxed{M_{freq} = 11.8 \times 20^2/8 = 590 \text{ kN.m}}$$

a)- Condição de descompressão (a meio vão):

$$\sigma_{c,cf}^{inf} \cong -\frac{P_\infty}{A_c} - \frac{P_\infty \times \overbrace{0.4}^{e} - 590}{W_i} = 0$$

em fibra inferior

$A_c = 0.3 \times 1.2 = 0.36$ m^2

$W_i = 0.3 \times 1.2^2/6 = 0{,}072$ m^3 $= W_s$

$$P_\infty \left[-\frac{1}{0{,}36} - \frac{0.4}{0{,}072} \right] = -\frac{590}{0{,}072}$$

$$\boxed{P_\infty = 983 \text{ kN}}$$ (ou maior!)

b)- 15% de perdas entre A e C (totais):

$P_\infty = 0.85\, P_0' \Rightarrow P_0' = 983/0.85 = 1157$ kN

$$\sigma_{p0}' = \begin{cases} 0.80\, f_{puk} = 0.80 \times 1860 = \boxed{1488 \text{ MPa}} \text{ (cond.)} \\ 0.90\, f_{p0,1k} = 0{,}90 \times 1670 = 1503 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$P'_0 = \underset{(kN)}{1157} = 1488 \times 10^3 \times A_p \Rightarrow A_p = 7{,}78 \text{ cm}^2$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Solução: } 8 \text{ cordões } 0.5'' \\ A_p = 8 \text{ cm}^2 \end{array}}$$

c) – Carga mínima em t_0, supondo 5% de perdas instantâneas entre A e C:

$$P'_0 = 1157 \text{ kN} \longrightarrow \boxed{\underbrace{P_{0,C}}_{\text{Pré-esforço inicial na secção C}} = 0{,}95 \times 1157 = 1099 \text{ kN}}$$

$$\sigma_C^{sup} = -\frac{P_{0,C}}{A_c} + \frac{P_{0,C} \times 0.4 - M_{0,C}}{W_s} \underbrace{= 0}_{\text{descomp. na fibra sup.}}$$

$$\boxed{M_{0,C}} = \left[-\frac{1099}{0.36} + \frac{1099 \times 0.4}{0{,}072} \right] \times 0.072 =$$

$$\boxed{= 220 \text{ kNm}} \quad \text{(ou maior!)}$$

Como só o p.p. corresponde a $g_k = 7$ kN/m:

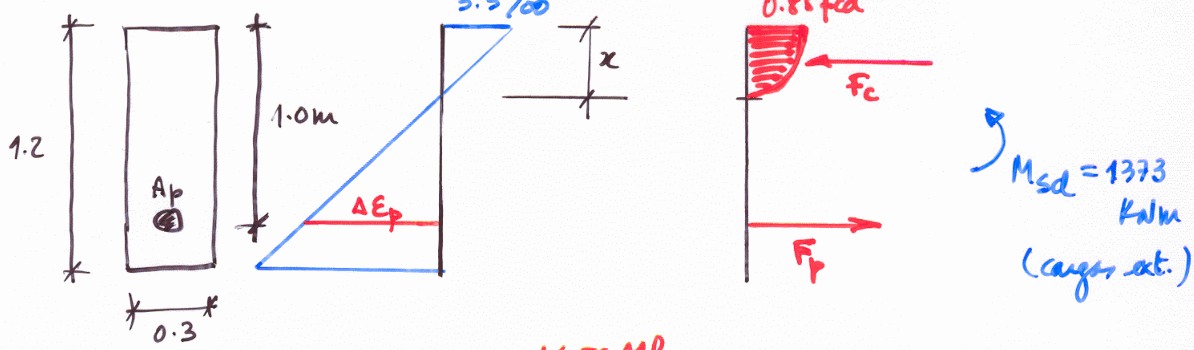
$$M_{gk} = 7 \times 20^2/8 = 350 \text{ kNm} \quad (\gg M_{0,C}) \quad \boxed{\text{O.K.}}$$

d) – Estado limite último:

$$p_{sd} = 1.35 \times 7 + 1.5 \times 12 = 27.45 \text{ kN/m}$$

$$M_{sd,C} = 27.45 \times 20^2/8 = 1373 \text{ kNm}$$

– Resolução analítica (eq. de equilíbrio):



$$F_p = f_{pd} \times A_p = \overbrace{\frac{0.9 \times 1860 \times 10^3}{1.15}}^{1456\ \text{MPa}} \times 8 \times 10^{-4} = 1165\ \text{kN}$$

$$F_c = F_p \Rightarrow 0.81 \times 0.85 \times 16700 \times 0.3 \times x = 1165$$

$$x = 0.338\ \text{m} \quad (\alpha = 0.34)$$

$$M_{Rd} = F_p \times z = 1165 \times (1.0 - 0.416 \times 0.338) = 1001\ \text{kNm}$$

$< M_{sd}$ $\boxed{\text{NOK !}}$

– É necessário armadura adicional: aço ordinário A500

– Vamos usar tabelas de flexão simples (para A400!):

$$\mu = \frac{1373}{0.3 \times 1^2 \times 16700} = 0{,}27 \rightarrow \text{Tabela 6} \rightarrow \omega = 0.34$$

$$\alpha = 0.494$$

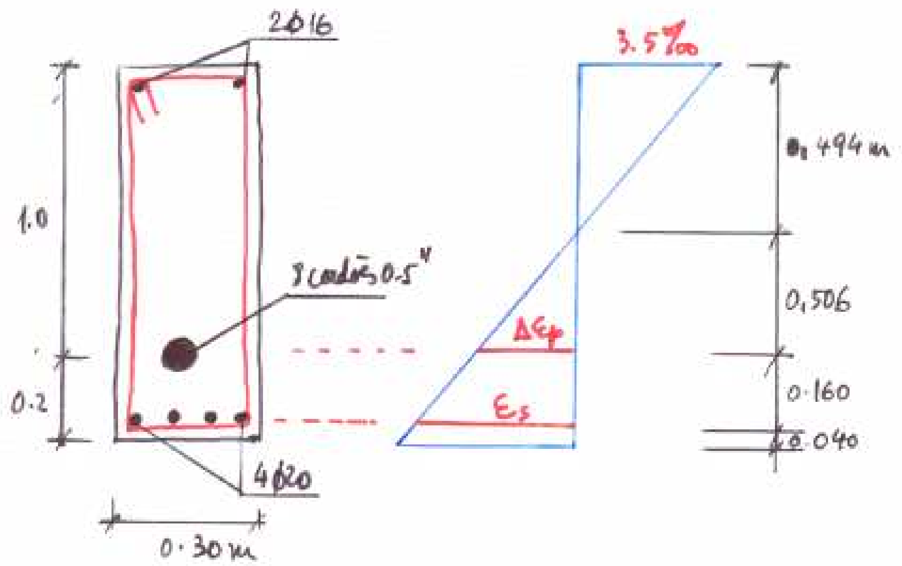
A_s necessário, se toda a armadura fosse A500:

$$A_s = 0.34 \times 30 \times 100 \times \frac{16.7}{435} = 39.2\ \text{cm}^2 \quad (A500)$$

Como existe um cabo de $8\ \text{cm}^2$, em A_p 1860:

$$A_{s,nec}^{A500} = 39.2 - 8 \times \frac{1456}{435} = 39.2 - 26.8 = 12{,}4\ \text{cm}^2$$

Solução: $\boxed{4\phi 20\ (A500)}$



- Verificação da cedência de todas as armaduras:

⊛ A500 ⟹ sim, pq $\alpha = 0{,}494 < 0{,}6$ $\boxed{\text{OK}}$

⊛ $\Delta\varepsilon_p = \dfrac{3.5}{0{,}494} \times 0.506 = 3{,}6\text{‰}$

$$\varepsilon_{p\infty} = \frac{\sigma_{p\infty}}{E_p} = \frac{983/8\times10^{-4}}{195\times10^{6}} = 6.3\text{‰}$$

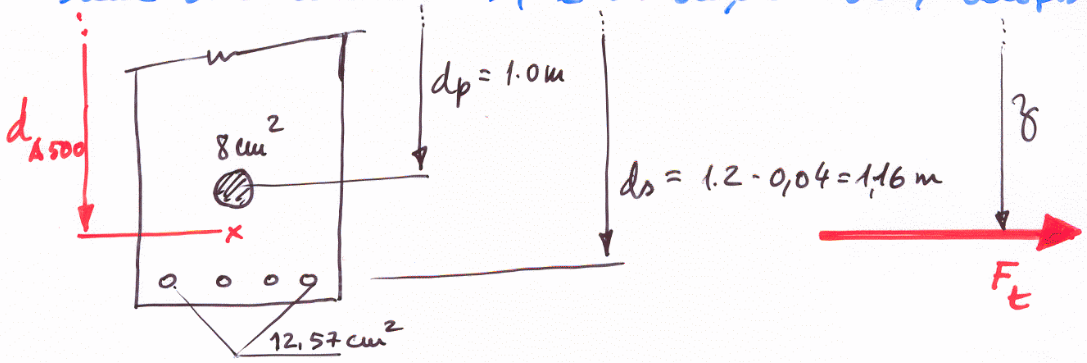
$$\boxed{\varepsilon_p = 6.3\text{‰} + 3{,}6\text{‰} = 9.9\text{‰}} \gg \varepsilon_{pd} =$$

$$= \frac{1456}{195\times10^{3}} = 7.5\text{‰}$$

$\boxed{\text{OK}}$

Rotura dúctil !

- Cálculo rigoroso de M_{Rd}, atendendo à posição real das armaduras, e às secções real/ adoptadas:



$$d_{A500} = (\text{convertendo todas as armad. em A500}) =$$

$$= \frac{8 \times \frac{1456}{435} \times \underbrace{1.0}_{dp} + 12{,}57 \times \underbrace{1.16}_{ds}}{8 \times \frac{1456}{435} + 12{,}57} = \underline{\underline{1.05\,m}}$$

Força total em tracção:

$$F_t = 8 \times 10^{-4} \times 1456 \times 10^{3} + 12{,}57 \times 10^{-4} \times 435 \times 10^{3} = \underline{\underline{1712\,kN}}$$

Posição do e.n.:

$$x = \frac{1712}{0.81 \times 0.85 \times 16700 \times 0.3} = \underline{\underline{0{,}496\,m}}$$

M_{Rd}:

$$M_{Rd} = F_t \times z = 1712 \times (1{,}05 - 0{,}416 \times 0{,}496) =$$

$$= 1444\,kN\,m > M_{sd} = 1373\,kNm$$

$\boxed{\underline{\underline{\text{OK}}}}$